



TITLE:

# Heat Kernelと格子ゲージ理論(広領域の相転移物理学,研究会報告)

AUTHOR(S):

米山, 博志

---

CITATION:

米山, 博志. Heat Kernelと格子ゲージ理論(広領域の相転移物理学,研究会報告). 物性研究 1982, 37(6): 276-280

ISSUE DATE:

1982-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90522>

RIGHT:

### 3. Heat Kernel と格子ゲージ理論

九大・理 米 山 博 志

研究会では、前半、Heat Kernel 型の action の格子ゲージ理論 (LGT) の簡単な Review を行い、Heat Kernel 型 action は U(1) 理論における Villain 型 action の non-Abelian への拡張になっていること、Wilson 型 action と同様に crossover 構造を示すこと、Wilson 型より strong coupling region から weak coupling region への移行がややなめらかである特徴を持つこと、crossover 構造が action の形にあまり依存しない性質を持つこと等の話しをした。Heat Kernel に関する参考論文は次の通りです。

P. Menotti & E. Onofri Nucl. Phys. **B190** [FS3] (1981) 288.

C. B. Lang et al. preprint TH-3021-CERN

C. B. Lang et al. preprint 81-22 (Institute of Theoretical Physics, Sweden)

A Gonzalez-Arroyo & C. P. Korthals Altes preprint CPT-81/P. 1303

talk の後半では Migdal 近似に基づいた離散群格子ゲージ理論の相構造の分析 (井町昌弘氏、河辺幸子氏との共同研究) の話しを行った。

SU(2) の比較的大きな離散部分群  $\tilde{O}$  ( $O \equiv \tilde{O}/Z(2)$  が正 8 面体群),  $\tilde{I}$  ( $I \equiv \tilde{I}/Z(2)$  が正 20 面体群) の 4 次元 LGT は SU(2) と同じ crossover 構造を示す。この crossover の特徴を調べるため、Migdal 近似に基づいて SU(2) の 4 つの離散部分群 ( $Q$  (四元数群,  $h$  (位数) = 8),  $\tilde{T}$  ( $T \equiv \tilde{T}/Z(2)$  が正 4 面体群,  $h = 24$ ),  $\tilde{O}$  ( $h = 48$ ),  $\tilde{I}$  ( $h = 120$ )) の LGT を分析した。又 Monte Carlo 計算による詳しい分析が為されている  $Z(N)$  LGT も同様のやり方で調べた。以下では、その主な結果を述べる。

Migdal の Recursion eq. は、 $D$  次元離散群  $G$  の LGT に対して

$$F(\lambda L, \alpha) = \left[ \sum_{i=1}^s (n_i/h) \chi_i(\alpha) \tilde{F}_i^{\lambda^2}(L) \right]^{\lambda^{D-2}}, \quad \alpha = 1, \dots, s \quad (1)$$

と与えられる。ここで、 $n_i, h$  はそれぞれ群  $G$  の既約表現  $i$  の次元と位数を、 $s$  は既約表現の種類の数 (= 群の類の数) を、 $\chi_i(\alpha)$  は類  $\alpha$  に対する  $i$  の既約な指標を表わす。関数  $\tilde{F}_i(L)$  は plaquette 関数  $F(L, \alpha)$  の指標展開の係数で、 $F(L, \alpha)$  は  $L = a$  (lattice constant) では、 $F(L, \alpha) \sim \exp[-\beta(1 - \chi_{i_0}(\alpha)/n_{i_0})]$  ( $\beta$  は inverse coupling constant, 表現  $i_0$  は通常基本表現をとる) のいわゆる Wilson 型を考える。recursion eq. (1) によって  $F(L, \alpha)$  の形は一般に変わるが、ここではそれを一般的に

$$F(L, \alpha) = \exp \left[ \beta_0(L) + \sum_{i=2}^s A_{\alpha_i} \beta_i(L) \right]$$

$$A_{\alpha_i} \equiv \chi_i(\alpha)/n_i - 1 \quad i = 2, \dots, i_0, \dots, s$$

と  $s$  個の parameter を導入して, non-trivial な  $(s-1)$  個の parameter 空間の中で考える。注目しているのは  $i_0$  表現のみを含む Wilson 型の理論であるからこの空間の中での  $\beta_{i_0}$  軸の近傍で, 特に次の条件を満足する点  $\beta_t$

$$\begin{cases} d\beta_{i_0}(\lambda L)/d\lambda|_{\lambda=1} = 0 \\ \beta_i(L) = 0 \quad (i = 2, \dots, s; i \neq i_0) \end{cases} \quad \text{at } \beta_t \quad (2)$$

と critical point  $\beta_c$  を詳しく調べた。

4次元 Z(2), Z(3), Z(4) LGT は self dual な性質を示すが, Migdal 近似と dual 変換とが互いに可換な為, Migdal 近似によってこれらの理論の critical point が exact に与えられる。  $N \geq 5$  に対しては Z(N) LGT は self dual ではなく, Monte Carlo によって 2 つの critical point  $\beta_{c_1}$  と  $\beta_{c_2}$  ( $\beta_{c_1} < \beta_{c_2}$ ) を持つことが知られている;  $\beta_{c_1} \simeq 1.0$  ( $N \geq 5$ ),  $\beta_{c_2} \simeq 1.2$  (Z(5)) 1.7 (Z(6)), 2.8 (Z(8))。一方 Migdal 近似では  $\beta_c$  は  $\beta_{c_1}$  と  $\beta_{c_2}$  の間に 1 コの critical point しか得られない。  $\beta_c \simeq 1.15$  (Z(5)), 1.25 (Z(6)), 1.6 (Z(8))。このことは Migdal 近似と Z(N) LGT の持つ広義の duality との特別な関係が Migdal 近似の妥当性を制限している為と思われる。一方, (2) 式の  $\beta_t$  の値は  $\beta_t \simeq 0.94$  (Z(5)), 0.93 (Z(6)), 0.93 (Z(7)), 0.93 (Z(8)) となり  $\beta_{c_1}$  に非常に近い値が得られる。又  $\beta_{c_2}$  は, dual 変換によって,  $\beta_t$  の dual な変数  $\tilde{\beta}_t$  の軸上で条件(2)を満足する点の近傍に位置している。このことから,  $\beta_t$  は critical point の役割を果たしていることがわかる。図 1 に Wilson 型の Z(6) LGT ( $\beta_2$  軸に対応) を通る, 式(1)によって得られたくりこみ群の trajectory を示す (Z(6) LGT の non-trivial な parameter 数は 3 個で, 図 1 はそのうち 2 コの parameter のつくる平面 ( $\beta_2 - \beta_3$ ) に trajectory を投影したもの)。図より  $\beta_t \simeq 0.9$ ,  $\beta_c \simeq 1.25$  であることがわかるが, trajectory の動きは  $\beta_t$  と  $\beta_c$  を境にして 3 つの領域に分かれる。  $\beta (= \beta_2) \lesssim \beta_t$  では, trajectory は直接原点に向かって流れ込み,  $\beta_t \lesssim \beta \lesssim \beta_c$  では,  $\beta_2$  軸から出発した trajectory は一度図中の直線へ向かった後, これに沿って原点へ流れ込むが  $\beta \gtrsim \beta_c$  では  $\beta \rightarrow$  大と動く。この直線は Gauss 型の action に対応するもので, Abelian 群では Gauss 型は fixed point theory であるから,  $\beta_t \lesssim \beta \lesssim \beta_c$  の trajectory の動きはこの領域が近似的に Coulomb phase にあることを示している (図中の直線近傍での trajectory の動きは非常に遅くなる)。従って  $\beta_t$  は critical point の役目をしているということ

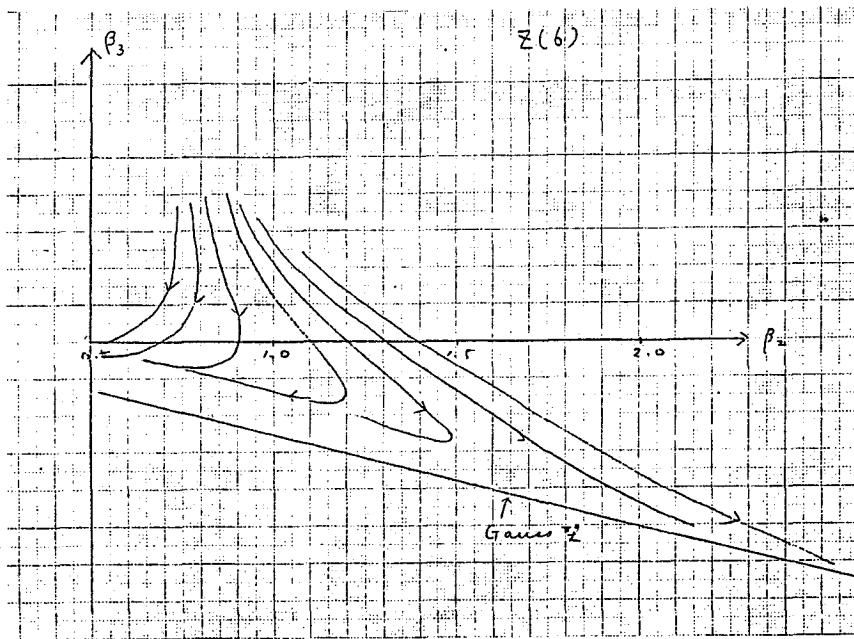


図 1

ができる。図 2 に Migdal 近似によって得られた  $\beta_t$ ,  $\beta_c$  の値と Monte Carlo の  $\beta_c$  (M. Creutz et al. Phys. Rev. D20 (1979), 1915) の値を示す。

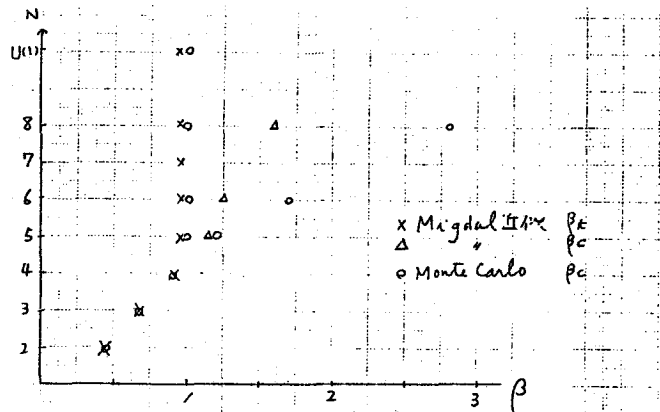


図 2

SU(2) の 4 つの離散部分群  $Q, \tilde{T}, \tilde{O}, \tilde{I}$  の LGT に対する Migdal 近似の結果と Monte Carlo による  $\beta_c$  の値と crossover の値 (C. Rebbi, Phys. Rev. D21 (1980), 3350; D. Petcher and D. Weingarten, Phys. Rev. D22 (1980), 2465; M. Creutz, Phys. Rev. D21 (1980), 2308) を図 3 に示す。  $\beta_c$  の値は Monte Carlo の値に非常に近い値が得られ  $\beta_c$  (Monte Carlo)  $\simeq 1.3$  ( $Q$ ),  $2.15$  ( $\tilde{T}$ ),  $3.25$  ( $\tilde{O}$ ),  $6.01$  ( $\tilde{I}$ );  $\beta_c$  (Migdal)  $\simeq 1.25$  ( $Q$ ),  $2.25$  ( $\tilde{T}$ ),  $3.2$  ( $\tilde{O}$ ),  $6$  ( $\tilde{I}$ )

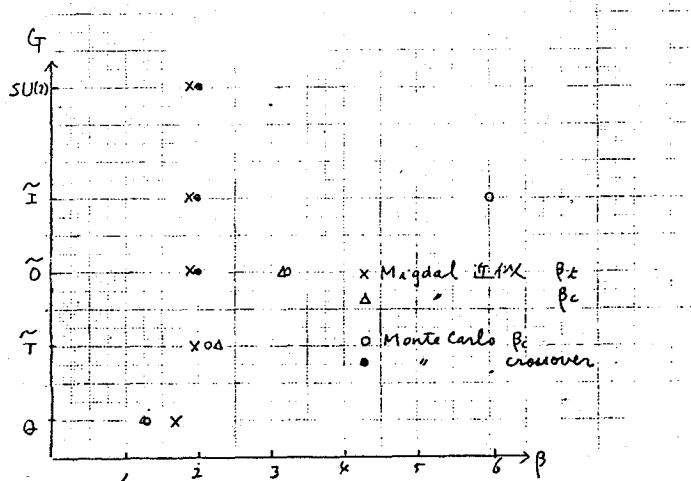


図 3

( $\tilde{I}$  の値はあまり確かではない), 一方  $\beta_i$  は図よりわかるように crossover の非常に近い所に位置している。 $\beta_i \approx 1.71$  (Q),  $1.96$  ( $\tilde{T}$ ),  $1.91$  ( $\tilde{O}$ ),  $1.92$  ( $\tilde{I}$ ),  $1.9$  (SU(2))。このことから Migdal 近似は crossover を detect している可能性があるといえる。図 4 は  $\tilde{O}$  に対するくり

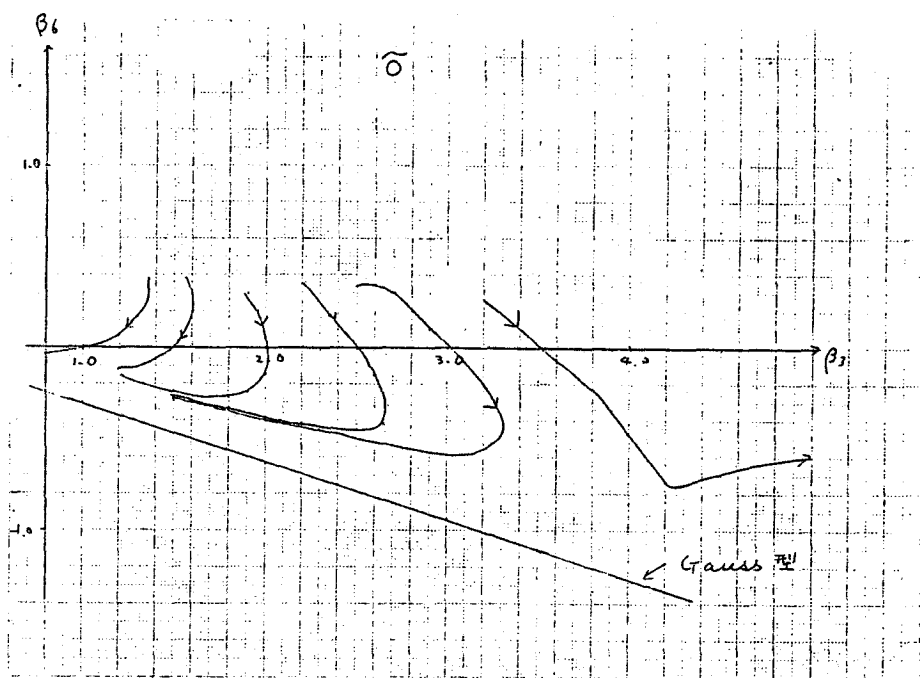


図 4

こみ群の trajectory のうち, Wilson 型 action (図中の  $\beta_3$  軸に対応) を通るものを  $\beta_3$  軸を含む 1 つの平面 ( $\beta_3 - \beta_6$ ) に射影したものである。  $\beta_t$  は 1.9 近傍,  $\beta_c$  は 3.0 と 3.5 の間にあることがわかる。更に, 図 1 の abelian の場合と同様に  $\beta_t$  と  $\beta_c$  を境にして 3 つの領域に分けられ,  $\beta_t$  は Gauss 型的な振舞を経由する trajectory と直接原点へ流れ込む trajectory を区別する性格を持っている。 Abelian の場合,  $\beta_t$  が Coulomb phase と Confinement phase を分ける critical point になっていた様に, この場合も critical point 的な性格を持っていることが期待され, この意味で, crossover は, ある種の phase transition の性格を備えたものであることが期待される。

ここに述べた結果の一部及び詳しい計算の仕方等は Prog. Theor. Phys. **66** (1981), 1025 を参照して下さい。又, 研究会では述べなかった  $SO(3)$  の部分群の LGT の結果も含めてここでの話しの内容を近くまとめるつもりです。

#### 4. Energy-Momentum Dispersion of Glueballs and the Restoration of Lorentz Invariance in Lattice Gauge Theories

東大核研 木村信行, 宇川 彰

ハドロン内部のクォーク間の相互作用は  $SU(3)$  非可換ゲージ理論 (量子色力学 = QCD) で記述されると考えられている。少なくとも, 深非弾性レプトン-ハドロン散乱の様な近距離現象については, 理論の漸近自由性のために摂動論が意味を持ち, その prediction は実験と矛盾しない。QCD では, クォーク間の力はグルオンと呼ばれるベクトル粒子 (QED における光子に当たる) の交換によって引き起こされる。クォーク・反クォーク間のポテンシャルは近距離ではクーロン型となり, しかも, クォークの有効色電荷  $g$  は距離が短くなると小さくなる (漸近自由性)。反対に, 長距離になると  $g$  は大きくなり, そのため, クォークの閉じ込めが説明できると信じられている。しかし, これは強結合領域の問題なので, 摂動論に基づく満足な説明は今のところ与えられていない。

摂動論に依らず QCD を有限化しようという試みの 1 つに格子ゲージ理論がある。これは, 格子点上にはフェルミオンの自由度が, 格子点間を結ぶ線上にはゲージ場の自由度が定義された理論で, 閉じ込めは初めから保証されていて, しかも格子間隔  $a$  が零になる極限では, 通常の QCD に一致すると期待されている理論である。この理論では, 無次元の結合定数の 2 乗  $g^2$  を温度  $k_B T$  とみなすと, 真空から真空への遷移確率振幅が, 統計力学における分配関数と同じ形 ( $1 + 3$  次元の作用関数を 4 次元のハミルトニアンと思う) を取る。そのため, すでに統